АРТИЛЛЕРИЙСКИЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ

А. А. КУШАКЕВИЧ

МЕТОДЫ

СОСТАВЛЕНИЯ ТАБЛИЦ СТРЕЛЬБЫ ПРИ ПОМОЩИ БАЛИСТИЧЕСКИХ ТАБЛИЦ АРТИЛЛЕРИЙСКОГО НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО ИНСТИТУТА

ИЗДАНИЕ ГЛАВНОГО АРТИЛЛЕРИЙСКОГО УПРАВЛЕНИЯ
МОСКВА — 1933

АРТИЛЛЕРИЙСКИЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСК. ИНСТИТУТ

А. А. КУШАКЕВИЧ

МЕТОДЫ

СОСТАВЛЕНИЯ ТАБЛИЦ СТРЕЛЬБЫ ПРИ ПОМОЩИ БАЛИСТИЧЕСКИХ ТАБЛИЦ АРТИЛЛЕРИЙСКОГО НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО ИНСТИТУТА

ИЗДАНИЕ ГЛАВНОГО АРТИЛЛЕРИЙСКОГО УПРАВЛЕНИЯ
МОСКВА — 1933

Уполн. Главл. № Г—58688. ГАУ № 13. Зак № 883а. Тираж 1000 экз.

Центральная типография НКВМ им. Кл. Ворошилова.
Москва, улица Маркса и Энгельса. 17.

I. Общие соображения.

Балистические таблицы АНИИ составлены численным интегрированием при применении закона сопротивления воздуха Дюпюи и закона изменения плотности воздуха от высоты Вентцеля.

Закон сопротивления воздуха Дюпюи выведен по опытным стрельбам под малыми углами бросания для снаряда Куард, в действительности же таблицы составляются для всевозможных углов бросания и для снарядов, отличающихся по чертежу от снаряда Куард, кроме того, по современному состоянию науки баллистики не могли быть введены при интегрировании в рассмотрение силы и моменты их, являющиеся результатом несовпадения оси фигуры снаряда с направлением движения снаряда и вращательного движения его; поэтому для согласования таблиц с действительностью, необходимо в баллистический коэфициент вводить некоторый коэфициент i, который обычно рассматривается как коэфициент формы, но который в действительности зависит не только от формы, но от всей совокупности вышеперечисленных явлений.

Вследствие этого обстоятельства коэфициент i есть величина переменная и функция точки траектории. При составлении наземных таблиц, когда нет надобности знать все точки траектории, а вопрос идет лишь об определении только точки падения, нам достаточно знать лишь средние значения коэфициента i для ряда траекторий; это среднее значение i в дальнейшем

в отличие от элементарного его значения, будем обозначать через i с индексом x — i_x.

Так как при составлении каждой данной таблицы стрельбы, переменным параметром траектории является угол бросания, а прочие параметры считаются постоянными, то для каждой таблицы значение i_x есть функция угла бросания Θ_0, каковая и должна быть определена по опытным стрельбам.

Практика последних лет показала, что вполне достаточно вести стрельбы на интервале угла бросания в 10—20°, наиболее удобной будет схема углов в 5°, 15°, 25°, 40°, 60°. Так как баллистические таблицы составлены для углов, начиная с 5°, через каждые 5°, то для избежания лишнего интерполирования при обработке углы возвышения должны назначаться с учетом угла вылета; напр., при угле вылета в + 24′ назначаются углы возвышения в 4°36′, 14°36′, 24°36′, 39°36′ и 59°36′; при угле вылета в — 6′ назначаются углы возвышения в 5°06′, 15°06′, 25°06′, 40°06′ и 60°06′.

При стрельбе должны быть, как всегда, точно измерены: угол вылета, угол возвышения, начальная скорость, температура заряда, плотность воздуха в разных слоях, скорость и направления ветра в разных слоях, а также определен средний вес группы снарядов, измерены координаты точек падения и точек стояния орудия и точно дано направление оси канала орудия в горизонтальной плоскости.

II. Введение поправки на ветер.

Для определения коэфициента i_x по опытным дальностям нужно прежде всего исключить из них влияние ветра; для этой цели вводится поправка дальности на продольную слагающую баллистического ветра по формуле Дидиона:

$$\Delta x_w = -\left(\frac{\delta x_c}{\delta \Theta_0} \frac{\sin \Theta_0}{v_0} - \frac{\delta x_c}{\delta v_0} \cos \Theta_0 + t_c\right) w_x \,^{1}), \quad (1)$$

в которой

$$\frac{\delta x_c}{\delta \Theta_0} = 2 \frac{x_c \operatorname{tg} \Theta_0}{\operatorname{tg} \Theta_c + \operatorname{tg} 2\Theta_0}, \text{ а } \frac{\delta x_c}{\delta v_0} = \frac{\Delta x_c}{\Delta v_0} = \frac{\Delta x_c}{5}.$$

Для определения входящих в формулу величин: Θ_c, t_c и Δx_c находят сначала по баллистическим таблицам коэфициент С таким образом:

Пусть, напр.:

$$\Theta_0 = 40°15'; \; x_{on} = 15\,680 \text{ м};$$
$$v_0 = 643 \text{ м/сек.}; \; w_x = 17{,}5.$$

По таблице дальности имеем:

$$\Theta_0' = 40°$$

v_0 / c	640	645
0,60	15 800	15 930
0,65	15 165	15 290

поэтому при $\Theta_0 = 40$ и $x = 15\,680$ м получим:

1) при $v_0 = 640$ м/сек. $C = 0{,}6 + \frac{0{,}05 \cdot 120}{635} = 0{,}6 + 0{,}009 = 0{,}609$;

[1]) Знак минус введен потому, что поправка обратна по знаку самому приращению. Прим. ред.

2) при $v_0 = 645$ м/сек. $C = 0,6 + \frac{0,05 \cdot 250}{640} = 0,6 + 0,019 = 0,619$;

3) при $v_0 = 643$ м/сек. $C = 0,609 + \frac{0,01 \cdot 3}{5} = 0,609 + 0,006 = 0,615$.

Для $\Theta_0 = 40°15'$ вводим поправку ΔC на $\Delta\Theta_0$ по формуле:

$$\Delta C = C\ \frac{0,000582 \cdot \operatorname{tg}\Theta_0\, \Delta\Theta_0}{(\operatorname{tg}\Theta_c - \operatorname{tg}\Theta_0)\operatorname{tg}2\Theta_0};$$

затем находим угол Θ_c для $\Theta_0 = 40°$, $v_0 = 643$ м/сек. и $C = 0,615$.

По таблице углов падения имеем:

$\Theta_0 = 40°$

c \ v_0	640	645
0,60	54°45′	54°52′
0,65	55°12′	55°19′

1) при $v_0 = 640$ $\Theta_c = 54°45' + \frac{27' \cdot 0,015}{0,05} = 54°45' + 8' = 54°53'$;

2) при $v_0 = 645$ $\Theta_c = 54°52' + \frac{27' \cdot 0,015}{0,05} = 54°52' + 8' = 55°00'$;

3) при $v_0 = 643$ $\Theta_c = 54°53' + \frac{7 \cdot 3}{5} = 54°53' + 4' = 54°57'$;

поэтому:

$$\Delta C = \frac{0,000582 \cdot \operatorname{tg}40° \cdot 0,615}{(\operatorname{tg}54°57' - \operatorname{tg}40°)\operatorname{tg}80°}\,15' =$$

$$= \frac{0,000582 \cdot 0,839 \cdot 0,615}{(1,425 - 0,839)\ 5,671}\ 15 = 0,615 + 0,001 = 0,616.$$

Определив С, находим по баллистическим таблицам для данных Θ_0, v_0 и С значения Θ_c и t_c и для двух, ближайших к данной, скоростей значения x' и x'', после чего получаем $\frac{\Delta x_c}{\Delta v_0} = \frac{x' - x''}{5}$.

По таблице углов падения находим угол Θ_c для $\Theta_0 = 40°15'$, $v_0 = 643$ м/сек. и $C = 0{,}616$:

$\Theta_0 = 40°$

c \ v	640	645
0,60	54°45′	54°52′
0,65	55°12′	55°19′

1) при $v_0 = 640$; $\Theta_c = 54°45' + \frac{27' \cdot 0{,}016}{0{,}05} = 54°45' + 9' = 54°54'$;

2) при $v_0 = 645$; $\Theta_c = 54°52' + \frac{27 \cdot 0{,}016}{0{,}05} = 54°52' + 9 \doteq 55°01'$;

3) при $v_0 = 643$; $\Theta_c = 54°54' + \frac{7 \cdot 3}{5} = 54°54' + 4' = 54°58'$.

$\Theta_0 = 45°$

c \ v	640	645
0,60	59°15′	59°22′
0,65	59°40′	59°46′

1) при $v_0 = 640$; $\Theta_c = 59°15' + \frac{25' \cdot 0{,}06}{0{,}05} = 59°15' + 8' = 59°23'$;

2) при $v_0 = 645$; $\Theta_c = 59°22' + \frac{24° \cdot 0{,}016}{0{,}05} = 59°22' + 8' = 59°30'$;

3) при $v_0 = 643$; $\Theta_c = 59°23' + \frac{7' \cdot 3}{5} = 59°23' + 4' = 59°27'$.

Для $\Theta_0 = 40°15'$; $\Theta_c = 54°58' + \frac{4°29' \cdot 15'}{5°}$[1] $= 54°58' + \frac{269 \cdot 15}{300} = 54°58' + 13' = 55°11'$.

По таблице времен полета находим t_c для $\Theta_0 = 40°15'$; $v_0 = 643$ м/сек., $C = 0{,}616$.

$\Theta_0 = 40°$

c \ v	640	645
0,60	59,22	59,51
0,65	58,10	58,39

1) при $v_0 = 640$; $t_c = 59{,}22 = \frac{1{,}12 \cdot 0{,}016}{0{,}05} = 59{,}22 - 0{,}36 = 58{,}86$,

2) при $v_0 = 645$; $t_c = 59{,}51 - \frac{1{,}12 \cdot 0{,}016}{0{,}05} = 59{,}51 - 0{,}36 = 59{,}15$;

3) при $v_0 = 643$; $t_c = 58{,}86 + \frac{0{,}29 \cdot 3}{5} = 58{,}86 + 0{,}17 = 5903$.

[1] $4°29' = 59°27' - 54°58'$. Прим. ред.

$\Theta_0 = 45°$

c \ v	640	645
0,60	64,70	65,04
0,65	63,37	63,69

1) при $v_0 = 640$; $t_c = 64,70 = \frac{1,33 \cdot 0,016}{0,05} = 64,70 -$
$- 0,42 = 64,28$;

2) при $v_0 = 645$; $t_c = 65,04 - \frac{1,35 \cdot 0,016}{0,05} = 65,04 -$
$- 0,43 = 64,61$;

3) при $v_0 = 643$; $t_c = 64,28 + \frac{0,33 \cdot 3}{5} = 64,28 + 0,13 =$
$= 64,41'$.

Для $\Theta_0 = 40°15'$;

$$t_c = 59,03 + \frac{5,38 \cdot 15}{300} = 59,03 + 0,27 = 59,30 \text{ сек.}$$

По таблице дальностей для $\Theta_0 = 40°$ и $\Theta_0 = 45°$ находим Δx для $v_0 = 640$ и 645 при $C = 0,616$.

$\Theta_0 = 40°$

c \ v	640	645
0,60	15 900	15 930
0,65	15 165	15 290

1) при $C = 0{,}60$ $\Delta x = 130$;
2) „ $C = 0{,}65$ $\Delta x = 125$;
3) $C = 0{,}616$ $\Delta x = 130 - \frac{5 \cdot 0{,}016}{0{,}05} = 128{,}4.$

$$\Theta_0 = 45^\circ$$

c \ v	640	645
0,60	15998	16033
0,65	15234	15359

1) при $C = 0{,}60$ $\Delta x = 135$;
2) „ $C = 0{,}65$ $\Delta x = 125$;
3) $C = 0{,}616$ $\Delta x = 135 - \frac{10 \cdot 0{,}016}{0{,}05} = 131{,}8.$

Для $\Theta_0 = 40^\circ 15'$; $\Delta x = 128{,}4 + \frac{3{,}4 \cdot 15}{300} = 128{,}4 + 0{,}17 = 128{,}6.$

$$\frac{\Delta x_c}{\Delta v_0} = \frac{128{,}6}{5} = 25{,}7.$$

Подставив в формулу (1) найденные значения, вычисляем поправку на ветер:

$$\Delta x_w = -\left(2 \frac{x_c \operatorname{tg} \theta_0}{\operatorname{tg} \Theta_c \operatorname{tg} 2\theta_0} \frac{\sin \Theta_0}{v_0} + \right.$$
$$\left. - \frac{\Delta x_c}{5} \cos \Theta_0 + t_c \right) w_x =$$
$$= -\left(\frac{2 \cdot 15680 \cdot \operatorname{tg} 40^\circ 15'}{\operatorname{tg} 55^\circ 11' \cdot \operatorname{tg} 80^\circ 30'} \frac{\sin 40^\circ 15'}{643} - 25{,}7 \cos 40^\circ 15' + \right.$$
$$\left. + 59{,}30\right) 17{,}5 =$$

$$= -\left(\frac{2 \cdot 15 \cdot 6 \quad 0 \cdot 0{,}846}{1{,}438 \cdot 5{,}976} \frac{0{,}646}{643} - 25{,}7 \cdot 0{,}763 + \right.$$
$$\left. + 59{,}30\right) 17{,}5 = -(3{,}11 - 19{,}6 + 59{,}30)\ 17{,}5 =$$
$$= -42{,}81 \cdot 17{,}5 = -750$$

и получаем дальность:

$$x_c = x_{on} - \Delta x_w = 15680 + 750 = 16430.$$

III. Нахождение коэфициента C.

Введя поправку на ветер, определяем по баллистическим таблицам C для данных угла Θ_0, v_0 и исправленной опытной дальности x_c.

Способ нахождения C такой же, как в § II, т. е. для заданных $\Theta_0 = 40°15'$, $x_c = 16430$ и $v_0 = 643$ м/сек.

Именно, по таблице дальностей имеем:

$$\Theta_0 = 40°$$

c \ v	640	645
0,55	16560	16700
0,60	15800	15930

поэтому для $\Theta_0 = 40°$ и $x = 16430$ находим:

1) при $v_0 = 640$; $C = 0{,}55 + \frac{0{,}05 \cdot 130}{760} = 0{,}559$;

2) „ $v_0 = 645$; $C = 0{,}60 + \frac{0{,}05 \cdot 270}{7 \cdot 70} = 0{,}618$;

3) „ $v_0 = 643$; $C = 0{,}559 + \frac{0{,}05 \cdot 3}{5} = 0{,}594$.

Для $\Theta_0 = 40°15'$ вводим поправку на $\Delta\Theta_0$ по формуле

$$\Delta C = \frac{0{,}000582 \cdot \text{tg } \Theta_0 C}{(\text{tg } \Theta_c - \text{tg } \Theta_0) \text{ tg } 2\Theta_0} \Delta\Theta_0.$$

По таблице углов падения Θ_c для $\Theta_0 = 40°$, $v_0 = 643$ и $C = 0{,}594$ имеем:

$\Theta_0 = 40°$

c \ v_0	640	645
0,55	54°15′	54°22′
0,60	54°45′	54°52′

1) при $v_0 = 640$; $\Theta_c = 54°15' + \frac{30 \cdot 0{,}044}{0{,}05} = 54{,}41'$;

2) „ $v_0 = 645$; $\Theta_c = 54°22' + \frac{30 \cdot 0{,}044}{0{,}05} = 54°48'$;

3) „ $v_0 = 643$; $\Theta_c = 54°41' + \frac{7 \cdot 3}{5} = 54°45'$;

$$\Delta C = \frac{0{,}000582 \cdot \text{tg } 40° \cdot 0{,}594}{(\text{tg } 54°45' - \text{tg } 40°) \text{ tg } 80°} 15 =$$

$$= \frac{0{,}000582 \cdot 0{,}839 \cdot 0{,}594 \cdot 15}{0{,}576 \cdot 5{,}671} = 0{,}594 + 0{,}001 = 0{,}595.$$

IV. Определение коэфициента i_x.

Если стрельба производилась при наземной плотности воздуха Π_0 равной табличной и при законе изменения плотности воздуха от высоты—Вентцеля, выражаемом функцией $H(y)$, при которых составлены баллистические таблицы, то найденное по ним значение:

$$C = \frac{1000 d^2}{q} i_x = C_0 i_x.$$

откуда

$$i_x = \frac{C}{C_0}, \text{ где } C_0 = \frac{1000d^2}{q}.$$

Если стрельба производилась при наземной плотности воздуха Π, отличной от Π_0, и при некотором законе изменения плотности воздуха $H_1(y)$, отличном от закона Вентцеля, то найденный по балистическим таблицам коэфициент C не будет равен $C_0 i_x$, а будет содержать еще множители $\frac{\Pi}{\Pi_0}$ и $\frac{H_{1i}}{H_i}$, где H_i среднее значение функции $H(y)$.

Действительно, для условий баллистических таблиц имеем:

$$\frac{du}{dx} = -CG(v) \cdot H(y) \tag{1}$$

и

$$x_c = -\frac{1}{CH_i}\int_0^u \frac{du}{G(v)}; \tag{2}$$

а для условий стрельбы:

$$\frac{du}{dx} = -C_0 \frac{\Pi}{\Pi_0} iG(v)H_1(y)$$

и

$$x_c = \frac{\Pi_0}{C_0 \Pi i_x H_{1i}}\int_0^u \frac{du}{G(v)}; \tag{3}$$

так как x_c во (2) и (3) есть одна и та же опытная дальность, то, сравнивая (2) и (3), получим:

$$CH_i = C_0 \frac{\Pi}{\Pi_0} H_{1i} i_x; \tag{4}$$

отсюда:

$$C_0, \; i_x = C \frac{\Pi_0}{\Pi} \frac{H_i}{H_{1i}}, \qquad (5)$$

поэтому

$$C = C_0 i_x \frac{\Pi}{\Pi_0} \frac{H_{1i}}{H_i} = \frac{d^2 \cdot 1000}{q} i_x \frac{\Pi}{\Pi_0} \cdot \frac{H_{\cdot i}}{H_{1i}} \qquad (6)$$

и

$$i_x = \frac{C}{C_0} \frac{\Pi}{\Pi_0} \frac{H_i}{H_{1i}}, \qquad (7)$$

Значение $\frac{\Pi}{\Pi_0}$ находится по общеизвестным таблицам для барометрического давления, температуры и влажности воздуха на уровне орудия.

Здесь остановимся на нахождении значений

$$H_i \text{ и } H_{1i}.$$

Имеем диференциальное уравнение:

$$du = -CG(v)H(y)\,dx, \qquad (8)$$

из которого выводим

$$x_c = -\int_{u_0}^{u_c} \frac{du}{CG(v)H(y)} \qquad (9)$$

и

$$H_i = -\frac{\int_{u_0}^{u} \frac{du}{G(v)}}{cx_c}.$$

Подставляя значение du из (8) в (10), получим

$$H_i = \frac{\int\limits_0^{x_c} H(y)\,dx}{x_c}. \qquad (11)$$

Точное значение H_i может быть найдено путем вычисления квадратуры $\int\limits_0^{x} H(y)\,dx$, когда имеются значения y для различных значений x на протяжении траектории через достаточно малые интервалы Δx.

Для приближенного определения значения H_i положим $y = y_i + (y - y_i)$ и разложим функцию $H(y)$ в ряд Тейлора:

$$H(y) = H(y_i) + H'(y_i)(y - y_i) + \frac{H''(y_i)}{2}(y - y_i)^2 + \ldots \qquad (12)$$

Подставляя это выражение $H(y)$ в (11), получим:

$$H_i = H(y_i)\frac{\int\limits_0^{x_c}\left[1 + \frac{H'(y_i)}{H(y_i)}(y - y_i) + \frac{H''(y_i)}{2H(y_i)}(y - y_i)^2 + \ldots\right]dx}{x_c}. \qquad (13)$$

Из (13) видно[1]), что значение y_i должно быть определено из условия:

$$\int\limits_0^{x_c}\left[\frac{H'(y_i)}{H(y_i)}(y - y_i) + \frac{H''(y_i)}{2H(y_i)}(y - y_i)^2 \ldots\right]dx = 0. \qquad (14)$$

[1]) Ибо должно получиться

$$H_i = H(y_i).$$

Прим. ред.

Если ограничиться первой степенью разложения, то y_i определится из условия:

$$\int_0^{x_c} (y - y_i)\,dx = 0, \qquad (15)$$

откуда

$$y_i = \frac{1}{x_c} \int_0^{x_c} y\,dx. \qquad (16)$$

Это значение y_i можем найти посредством вычисления квадратуры $\int_0^{x_c} y\,dx$.

Для параболической траектории имеем:

$$y_i = \frac{2}{3}\ y_s\ ^{1)}; \qquad (17)$$

вычисления значений y_i по формуле (16) для действительной траектории показывают, что без большой ошибки можно принять и для них, как для параболических:

$$y_i \cong \frac{2}{3} y_s. \qquad (18)$$

Например:

Θ_0	v_0 м/сек	C	x_c м	y_s м	y_i м	$^2/_3\ y_s$ м
45°	591	0,765	9869	3314	2199	2209
40°	1080	1,20	16720	5811	3754	3874
46°	1050	0,30	54953	17089	11379	11393
45°	450	0,55	11401	3392	2250	2261
45°	450	1,25	7935	2600	1690	1730

1) y_s есть высота вершины траектории. Прим. ред.

Определив y_i при помощи (18) и подставив это значение в (13), получим равенство:

$$H_i = H(y_i)\left\{1 + \frac{\int\limits_0^{x_c}\left[\frac{H''(y_i)}{2H(y_i)}(y-y_i)^2 + \right.}{x_c} + \right.$$

$$\left. + \frac{\left. + \frac{1}{6}\frac{H'''(y_i)}{H(y_i)}(y-y_i)^3 + \ldots\right] dx}{x_c}\right\}, \qquad (19)$$

при помощи которого, подставив в него названное значение y_i, можно с желаемой точностью для заданного закона $H(y)$ определить значение H_i.

Для закона $H(y) = 1^{-hy}$ из (19) имеем:

$$H_i = H(y_i)\left\{1 + \frac{\int\limits_0^{x_c}\left[\frac{h^2}{2}(y-y_i)^2 - \frac{h^3}{6}(y-y_i)^3 + \right]dx}{x_c}\right\}, \qquad (20)$$

ограничиваясь двумя первыми членами ряда, получим:

$$H_i = H(y_i)\left[1 + \frac{h^2}{2}\frac{\int\limits_0^{x_c}(y-y_i)^2 dx}{x_c} - \right.$$

$$\left. - \frac{h^3}{6}\frac{\int\limits_0^{x_c}(y-y_i)^3 dx}{x_c}\right]. \qquad (21)$$

Таким же образом для закона Вентцеля и Трофимова:

$$H(y) = (1 - hy)^m,$$

где по Вентцелю

$$h = 2{,}19 \quad 10^{-5} \text{ и } m = 4{,}4;$$

а по Трофимову

$$h = \frac{1}{47550} \text{ и } m = 5,$$

найдем:

$$H_i = H(y_i) \left\{ 1 + \frac{m(m-1)}{2} \left(\frac{h}{1 - hy_i}\right)^2 \cdot \frac{\int_0^{x_c} (y - y_i)^2 dx}{x_c} - \right.$$

$$\left. - \frac{m(m-1)(m-2)}{6} \left(\frac{h}{1 - hy_i}\right)^3 \cdot \frac{\int_0^{x_c} (y - y_i)^3}{x_c} dx \right\} =$$

$$= H(y_i)(1 + \eta). \qquad (22)$$

Для параболической траектории:

$$\frac{\int_0^{x_c} (y - y_i)^2 dx}{x_c} = \frac{4}{45} y_s^2$$

и

$$\frac{\int_0^{x_c} (y - y_i)^3 dx}{x_c} = \frac{254}{945} y_s^3;$$

поэтому для закона

$$H(y) = l^{-hy}$$

получим:

$$H_{1i} = H(y_i) \left[1 + \frac{2}{45} h^2 y_s^2 - \frac{127}{2835} h^3 y_s^3 \right], \quad (24)$$

а для законов Вентцеля и Трофимова:

$$H_i = H(y_i)\left[1 + \frac{2}{45}\, m\,(m-1)\left(\frac{h}{1-hy_i}\right)^2 y_s^2 - \right.$$
$$\left. - \frac{127}{2835}\, m\,(m-1)\,(m-2)\left(\frac{h}{1-hy_i}\right)^3 y_s^3 \right]. \quad (25)$$

Ниже в табличке приведены для сравнения значения: 1) H_i, определенные путем вычисления квадратуры $\int\limits_0^{x_c} H(y)dx$ для действительных траекторий; 2) $H(y_i)$ для $y_i = \frac{2}{3}\, y_s$ и 3) $H\,(y_i)\cdot(1+\eta)$; где

$$\eta = \frac{2}{45}\, m\,(m-1)\left(\frac{hy_s}{1-hy_i}\right)^2.$$

N	Φ_0	v_0	C	x_c	y_s	$y = \frac{2}{3} y_s$	H_i	$H(y_i)$	$H(y_i)(1+\eta)$	$H_i - H(y_i)$	$H_i - H(y_i)(1+\eta)$
1	30°	591	0,765	9138	1810	1205	0,882[1]	0,879[1]	0,881[1]	0,003	0,001
2	45°	„	„	9869	3314	2209	0,794[1]	0,788[1]	0,792[1]	0,006	0,002
3	60°	„	„	8552	4800	3200	0,715[1]	0,706[1]	0,713[1]	0,009	0,002
4	45°	450	0,55	11401	3392	2261	0,794	0,780	0,784	0,014	0,010
5	45°	450	1,25	7935	2600	1730	0,841	0,828	0,831	0,013	0,010
6	40°	1080	1,20	16720	5811	3874	0,664	0,648	0,659	0,016	0,005
7	46°	1050	0,30	54955	17089	11393	0,303	0,243	0,294	0,060	0,009

[1]) Эти данные для закона изменения плотности воздуха В. М. Трофимова.

[2]) Для остальных данных взято вместо H значение $H_\tau =$ [illegible]

Сравнивая значения H_i; $H(y_i)$ и $H(y_i)(1+\eta)$ для $y_i = \frac{2}{3} y_s$, видим, что значения H_i во всех случаях более значений $H(y_i)$ и $H(y_i)(1+\eta)$, а значения $H(y_i)(1+\eta)$ лежат в промежутке между значениями H_i и $H(y_i)$. Следует иметь в виду, что значения H_i определялись вычислением площадей трапеций для многоугольника, вписанного в траекторию, а потому истинное значение H_i менее вычисленного.

Очевидно, что, чем менее при вычислении были взяты интервалы Δx, тем ближе к истинному будет значение H_i. В первых трех примерах, приведенных в таблице, значения H_i и $H(y_i)(1+\eta)$ совпадают; в этом случае интервалы Δx были взяты в 250 метров; в остальных же случаях они были в 500 и 1000 метров.

Произведенное исследование приводит к таким выводам:

1) при определении H_i посредством вычисления квадратуры $\int H(y)dx$ следует брать интервалы не более 200—250 метров;

2) значения $H(y_i)(1+\eta)$, вычисленные по формуле (26) для $y_i = \frac{2}{3} y_s$, близки к истинным и ими можно пользоваться для всех случаев;

3) значениями $H(y_i)$ можно пользоваться для значений y_s, не превосходящих 4000 метров.

Переходя к определению H_{1i}, следует иметь в виду два случая; когда во время стрельбы были, либо не были, определены фактические плотности воздуха в различных слоях атмосферы на полную высоту траектории. В первом случае при точном определении, следует построить график плотности воздуха в зависимости от высоты, и траекторию для бывших при опыте Θ_0, v_0 и найденного, как было указано, значения C.

Затем, определив по графику значения H(y) для ряда точек траектории через 200 метров, надо найти H_{1i} и H_i вычислением квадратур:

$$\int_0^x H_1(y)dx \text{ и } \int_0^x H(y)dx.$$

При приближенном определении

$$\Delta H_{1i} = H_1 \frac{\Delta x_1}{x_c} + H_2 \frac{\Delta x_2}{x_c} + \ldots + H_n \frac{\Delta x_n}{x_c},$$

где $H_{1i}, H_2, \ldots H_n$ — плотности воздуха в разных слоях, а

$$\frac{\Delta x_1}{x_c}; \frac{\Delta x_2}{x_c} \ldots \frac{\Delta x_n}{x_c}$$

суть „веса" влияния слоев для параболических траекторий.

Когда плотность воздуха при стрельбе не определялась, то следует принять средний закон изменения ее для данного месяца, выведенный на основании данных аэрологической обсерватории в Слуцке, и определить H_{1i} по формуле:

$$\lg H_{1i} = -0{,}290\, hy_s + \lg\left\{1 + \frac{2}{45}(hy_s)^2\right\}, \quad (27)$$

где h, в зависимости от месяца стрельбы, найдется в нижеследующей таблице:

Месяцы	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
10^4h	1,18	1,16	1,14	1,11	1,06	1,02	1,02	1,05	1,08	1,11	1,14	1,16

Для нашего примера имеем:

$\Theta_0 = 40°15'$; $v_0 = 643$; $c = 0{,}595$; $d = 0{,}152$; $q = 43{,}94$;

$$\frac{\Pi}{\Pi_0} = 1{,}095; \quad h = 0{,}000116;$$

$$C_0 = \frac{1000d^2}{q} = \frac{1000\,(0{,}152)^2}{43{,}94} = 0{,}527.$$

Для определения H_i и H_{1i} находим по балистической таблице $y_s = 4455$ и берем

$$y_i = \frac{2}{3} \cdot 4455 = 2970.$$

По таблице функций $H(y)$ находим для закона Вентцеля:

$$H\ (y_i) = H_\tau\,(y_i)\sqrt{\frac{\tau_0}{\tau}} = 0{,}7439$$

$$H_i = H\ (y_i)\left[\ 1 + 4{,}4 \cdot 3{,}9 \cdot \frac{2}{45}\left(\frac{hy_s}{1 - hy_i}\right)^2\ \right] =$$

$$= 0{,}7439\ \left\{1 + 4{,}4 \cdot 3{,}9 \cdot \frac{2}{45}\left[\frac{2{,}19 \cdot 10^{-5}\,4455}{1 - 2{,}19^{-5} \cdot 2970}\right]^2\right\} =$$

$$= 0{,}7439 \cdot 1{,}008 = 0{,}750$$

а для закона, бывшего при стрельбе, по формуле (27):

$$\lg\ H_{1i} = -\,0{,}290hy_s + \lg\ \left\{1 + \frac{2}{45}\,(hy_s)^2\right\} =$$

$$= -\,0{,}1500 + \lg\ 1{,}0122 =$$

$$= \bar{1}{,}8500 + 0{,}0052 = \bar{1}{,}8552,$$

так что

$$H_{1i} = 0,716$$

и затем

$$i = \frac{c}{c_0} \frac{\Pi}{\Pi_0} \frac{H_i}{H_{1i}} = \frac{0,595}{0,527} \frac{1}{1,095} \cdot \frac{0,750}{0,716} = 1,08.$$

V. Табличный закон изменения плотности воздуха.

Прежде чем приступить к определению данных по баллистическим таблицам для помещения их в таблицы стрельбы, необходимо решить вопрос, какой принять закон изменения плотности воздуха от высоты. С точки зрения техники вычисления удобнее всего было бы принять тот закон, при котором составлены баллистические таблицы, т. е. закон Вентцеля:

$$\Pi = \Pi_0 \left[1 - 2,19 \cdot 10^{-5} y\right]^{4,4},$$

так как при этом, кроме введения в баллистический коэфициент c, множителя i_x, определенного по опытным данным, не требуется никаких дополнительных вычислений; но с другой стороны нужно иметь в виду, что до настоящего времени применялся для табличных данных закон $\Pi = \Pi_0 l^{-hy}$ при $h = 0,000104$ и в войсках будут таблицы, составленные для этого закона; поэтому представляется интересным выяснить, каково может быть расхождение таблиц, вновь составленных, с прежними вследствие принятия разных законов.

Ниже приведена таблица значений плотности воздуха на разных высотах, при плотности воздуха на уровне моря, принятой за единицу.

у км	Закон $[1-2{,}9\cdot10^{-5}\,y]^{4{,}4}$	Закон $l^{-10^{-4}1{,}04\cdot y}$	$\frac{\Delta П}{П}$ %	у км	Закон $[1-2{,}19\cdot10^{-5}\,y]^{4{,}4}$	Закон $l^{-10^{-4}1{,}04\cdot y}$	$\frac{\Delta П}{П}$ %
0	1,100	1,0000	0	6	0,5380	0,538	— 0,4
1	0,9072	0,9014	— 0,6	7	0,4803	0,4829	+ 0,5
2	0,8211	0,8123	— 1,1	8	0,4285	0,4351	+ 1,5
3	0,7416	0,7319	— 1,5	9	0,380[illegible]	0,3322	+ 3,0
4	0,6681	0,6597	— 1,3	10	0,3372	0,3535	+ 4,6
5	0,6003	0,5946	— 1,0				

Так как средняя высота траектории для таблиц стрельбы сухопутной артиллерии, составленных для закона $l^{-10^{-4}1{,}04\cdot y}$, не превосходит 4 км, то для них расхождение плотности воздуха не будет превосходить 1,5%, что соответствует расхождению в дальности не более 0,75%, причем табличная дальность старых таблиц будет больше, чем новых.

Вообще вопрос о нормальном табличном законе изменения плотности воздуха еще не решен и применение закона Вентцеля поэтому следует рассматривать, как временное решение.

Для закона изменения плотности воздуха, отличного от закона баллистических таблиц, следует в коэфициент с ввести множитель

$$\frac{H_{Ni}}{H_i},$$

т. е. будем иметь

$$c = C_0 i_x \frac{H_{Ni}}{H_i},$$

где H_i — среднее значение $H(y_i)$ для закона баллистических таблиц, а H_{Ni} — среднее значение $H_N(y)$ для нормального закона.

VI. Определение основных табличных данных.

К основным табличным данным относятся дальность, угол падения, окончательная скорость и время полета, все эти данные помещены в баллистических таблицах для углов бросания, начиная с 5°, через каждые 5°.

Для определения этих данных предварительно, для каждого угла бросания, определяется коэфициент

$$C = C_0 \cdot i_x,$$

где

$$C_0 = \frac{1000d^2}{q}.$$

Затем для углов Θ_0, помещенных в баллистических таблицах, при табличной же начальной скорости и найденных значениях C определяются интерполированием дальность x_c, угол падения Θ_c, окончательная скорость v_c, и время полета t_c.

По нахождении x_c, Θ_c, v_c и t_c для углов через 5° строятся графики и по ним определяются все данные для табличных дальностей.

С целью получения более точных результатов для малых углов бросания следовало бы определить все данные, кроме углов 5°, по крайней мере еще для углов в 1 и 3°, а так как в баллистических таблицах таких углов нет, то поступают таким образом: по дальности, найденной по балл. табл. для 5°, определием по таблицам Брачалини коэфициент λ, а затем по этим же таблицам вычисляют все данные для 1, 3 и 6° и вводят их при построении графика.

VII. Определение поправочных и вспомогательных данных.

К поправочным и вспомогательным данным, помещаемым в таблице стрельбы и могущим быть найденными при помощи баллистических таблиц, можно отнести:

1) поправка дальности на изменение плотности воздуха,

2) поправка дальности на изменение начальной скорости,

3) поправка дальности на изменение веса снаряда,

4) определение высоты вершины траектории.

Задача определения поправки дальности вследствие изменения плотности воздуха заключается в решении вопросов о нахождении, во-первых, отклонения баллистической плотности воздуха от табличной, а, во-вторых, изменения дальности вследствие изменения баллистической плотности воздуха.

В условиях составления таблиц стрельбы при пользовании баллистическими таблицами АНИИ, вопрос определения отклонения баллистической плотности воздуха от табличной сводится к определению отклонения средней баллистической плотности воздуха данной стрельбы от средней табличной баллистической плотности воздуха.

Средняя баллистическая плотность воздуха выражается следующим образом:

$$\Pi_{\hat{c}} = \Pi_0 \frac{\int_0^x H(y)\,dx}{x_c} = \Pi_0 H_i.$$

Для малых ея изменений можно принять:

$$\frac{\Delta\Pi_{\hat{c}}}{\Pi_{\hat{c}}} = \frac{\Pi_{10} - \Pi_0}{\Pi_0} + \frac{H_{1i} - H_i}{H_i},$$

где Π_0 — наземная табличная плотность воздуха, Π_{10} — наземная плотность во время стрельбы, H_i — среднее табличное значение функции $H(y)$; H_{1i} — среднее значение функции $H_1(y)$ во время стрельбы.

Способ определения $\frac{\Pi_{10} - \Pi_0}{\Pi_0}$ общеизвестен и на нем останавливаться не будем.

Значение H_i найдется по формуле:

$$H_i = H\left(\frac{2}{3}\,y_s\right)\left[\,1 + \frac{4{,}4\cdot 3{,}9\cdot 2}{45}\left(\frac{0{,}0000219 y_s}{1 - 0{,}0000219\cdot\frac{2}{3}\,y_s}\right)^2\,\right], \quad (2)$$

в которой $H\left(\frac{2}{3}y_s\right)$ найдется для значения $\frac{2}{3}y_s$ по таблице функции $H(y)$, приложенной к брошюре Н. А. Упорникова „Вычисление траекторий".

По отношению к H_{1i} можно иметь в виду два случая: 1) когда H_{1i} определено по фактическим плотностям воздуха в разных слоях атмосферы и данных при стрельбе и 2) когда фактическая плотность воздуха для разных слоев атмосферы не определялась.

В первом случае, не входя в рассмотрение самой методики определения $H_{1i} = \frac{\Pi_{1i}}{\Pi_0}$ и считая его данным, для нахождения $\frac{H_{1i} - H_i}{H_i}$ необходимо иметь таблицу значений H_i в зависимости от дистанции и таблицу значений $\frac{H_{1i} - H_i}{H_i}$ в процентах, о двух входах H_i — в вертикальной строке и $H_{1i} - H_i$ в горизонтальной для значений $H_{1i} - H_i$ от 0 до 10^{-6} через каждые 10^{-7}.

Во втором случае, для того чтобы возможно ближе подойти к действительности, можно для H_i взять значения, отвечающие среднему месячному закону изме-

нения плотности воздуха по таблице: „Годовой ход плотности воздуха над Ленинградом", данной метеорологической станцией в городе Слуцке; в этом случае для быстрого определения $\frac{H_{1i} - H_i}{H_i}$ следует при таблицах стрельбы иметь таблицу его значений в %, о двух входах; в вертикальной строке — дистанции стрельбы, а в горизонтальной — месяцы; значения H_{1i} для этой таблицы определятся по формуле:

$$\lg H_{1i} = -0{,}290 h y_s + \lg\left[1 + \frac{2}{45}(h y_s)^2\right],$$

в которой h должно быть определено для каждого месяца по следующей таблице:

Месяц	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
10^{-4} h	1,18	1,16	1,14	1,11	1,06	1,02	1,02	1,05	1,08	1,11	1,14	1,16

Переходя к решению вопроса об определении дальности в зависимости от отклонений баллистической плотности воздуха от табличной, заметим, что

$$\frac{\Delta П_\delta}{П_\delta} = -\frac{\Delta c}{c}. \qquad (4)$$

Так что определение изменения дальности вследствие изменения плотности воздуха сводится к определению изменения дальности вследствие изменения баллистического коэфициента C.

Обычно в таблицах стрельбы помещается графа изменения дальности вследствие изменения плотности воздуха на 10%. В баллистических таблицах помещены

дальности для различных коэфициентов c на интервалах, допускающих линейное интерполирование.

Поэтому, найдя по баллистической таблице для данного угла Θ_0 и начальной скорости v_0 ближайшие меньшее и большее, по отношению к данному, значения c_1 и c_2 и определив для них изменение дальности $x_1 - x_2$, мы найдем значение Δx_c для $\frac{\Delta c}{c} = 10\%$ по формуле:

$$(\Delta x_c)_\pi = 0{,}1c \frac{x_1 - x_2}{c_1 - c_2}. \qquad (5)$$

Изменение дальности вследствие изменения начальной скорости по баллистической таблице найдется подобным предыдущему способом именно, в начальные скорости помещены через каждые 5 метров; поэтому, определив для данных Θ_0 и c и для ближайшей меньшей и большей, по отношению к заданной, начальной скорости значения x_1 и x_2, для определения изменения Δx_v, для $\frac{\Delta v}{v_0} = 0{,}01$ будем иметь формулу:

$$(\Delta x_c)_v = 0{,}01 v_0 \frac{x_1 - x_2}{5}. \qquad (6)$$

Изменение дальности вследствие изменения веса снаряда, при том же заряде, происходит от двух причин: от изменения баллистического коэфициента c и вследствие изменения начальной скорости.

Принимая по эмпирической формуле, что:

$$\frac{\Delta v}{v_0} = 0{,}4 \frac{\Delta q}{q}, \qquad (7)$$

будем для изменения дальности, вследствие изменения веса снаряда иметь формулу:

$$(\Delta x_c)_q = c \frac{x_1 - x_2}{c_1 - c_2} \cdot \frac{\Delta q}{q} + 0{,}4 \Delta v_0 \frac{x_1 - x_2}{5} \frac{\Delta q}{q} \qquad (8)$$

или, принимая во внимание (5) и (6) и считая $\frac{\Delta q}{q} = \frac{2}{3}\ \%$

$$(\Delta x_c)_q = \frac{1}{15}\left[(\Delta x_c)_n - 4(\Delta x_c)_v\right]. \qquad (9)$$

Высота вершины траектории найдется интерполированием по таблицам высот вершины траектории, приложенных к баллистическим таблицам.

Определив значения $(\Delta x_c)_n$, $(\Delta x_c)_v$, $(\Delta x_c)_q$ и y_s для углов через 5° и построив графики этих величин в функции дальности, найдем по ним табличные данные.

Для определения остальных поправочных и вспомогательных величин, помещаемых, обычно, в таблицах стрельбы, данных в балистических таблицах, не имеется; к ним относятся: поправки на ветер—продольный и боковой, поправки на деривацию, абсцисса вершины траектории, угол падения в горизонтальной плоскости. Вопрос о включении их в баллистические таблицы необходимо поставить на очередь, пока же расчеты производятся по следующим формулам:

1) Поправка на продольный ветер — по формуле Дидиона

$$\Delta x_w = \left(\frac{2x_c \operatorname{tg} \Theta_0}{\operatorname{tg} \Theta_c \operatorname{tg} 2\Theta_0} \frac{\sin \Theta_0}{v_0} - \frac{\Delta x}{\Delta v_0} \cos \Theta_0 + t\right) w_x.$$

2) Поправка на боковой ветер по формуле Дидиона:

$$\Delta z_w = w_z \left(1 - \frac{x}{t_c v_0 \cos \Theta_0}\right) t_c.$$

3) Поправка на деривацию по эмпирической формуле:

$$z = \frac{m}{B_i} t^2, \text{ где } \lg B_i = \ldots - 0{,}0000302 y_s,$$

где коэфициент m определяется по опытным стрельбам.

Примечание. Для углов не свыше 40° m близко к коэфициенту Н. А. Забулского:

$$\frac{\Pi_g \cdot b\mu}{\eta}.$$

4) Абсцисса вершины траектории по формуле Валье

$$x_s = (0{,}5 + 0{,}0001 v_0)\, x_c.$$

5) Угол ω_c падения в горизонтальной плоскости по формуле:

$$\operatorname{tg} \omega_c = \frac{2z}{t_c v_c \cos \theta_c}.$$

ОГЛАВЛЕНИЕ